
Contrôle continu du 31/03/2006, 1 heure.

Exercice 1 Questions de cours 10 pts

- a) **3pts** Donner la définition, en explicitant les estimations avec les fonctions test, d'une distribution $u \in \mathcal{D}'(\Omega)$.
- b) **2pts** Donner un exemple d'une distribution qui n'est pas d'ordre 0.
- c) **2pts** Ecrire la formule des sauts pour une fonction $f \in \mathcal{C}^1(]-\infty, 0]) \cap \mathcal{C}^1([0, +\infty[)$ en notant $f(0+)$ et $f(0-)$ les valeurs à droite et à gauche au point $x = 0$.
- d) **3pts** Compléter la formule.

$$\int_{\Omega} \operatorname{div} X \, dx = \int_{\partial\Omega} \dots$$

pour un ouvert Ω borné $\mathcal{C}^1$ de $\mathbb{R}^n$ et un champ de vecteur $X \in \mathcal{C}^1(\overline{\Omega}; \mathbb{R}^n)$, en précisant bien l'orientation.

Exercice 2 a) 3pts Expliquer pourquoi $u_n = \sin(nx)1_{[\frac{\pi}{2n}, \frac{\pi}{n}]}(x)$ définit un élément de $\mathcal{D}'(]0, +\infty[)$, pour $n \in \mathbb{N}^*$.

b) **3pts** Montrer que la série $U = \sum_{n \in \mathbb{N}^*} u_n$ converge dans $\mathcal{D}'(]0, +\infty[)$.

c) **4pts** Calculer U' dans $\mathcal{D}'(]0, +\infty[)$.