M2 « mathématiques et applications » de l'université de Rennes 1
Spécialité *Mathématiques*
Liste des exposés de séminaire proposés pour 2008-2009

Soutenances du 5 au 9 janvier 2009.

1. [Anaïs Cudennec] *Théorème d'irréductibilité de Hilbert* (**Pascal Autissier**)
   Soit K un corps de nombres (par exemple $K = \mathbb{Q}$). Soit $P(T;X)$ dans $K[T;X]$ irréductible dans $K(T)[X]$. Il existe alors une infinité de rationnels t tels que $P(t;X)$ soit irréductible dans $K[X]$.
   Bibliographie : chapitre 9 de S. Lang "Fundamentals of Diophantine Geometry"
   chapitre 9 de J.P. Serre "Lectures on the Mordell-Weil theorem".
2. [Camille Mottier] *Théorème de Hasse-Minkowski* (**Pascal Autissier**)
   Soit F une forme quadratique sur $\mathbb{Q}^n$. Si F a un zéro non nul sur $\mathbb{R}$ et sur $\mathbb{Q}_p$ (le corps des nombres p-adiques, qu'il faudra définir) pour tout premier p, alors F a un zéro non nul sur $\mathbb{Q}$.
3. [François Ezanno] *Equirépartition dans les groupes compacts* (**Bachir Bekka**)
   Soit X un espace compact muni d'une mesure de probabilité μ. Une suite $(a_n)_n$ d'éléments de X est dite équirépartie (par rapport à μ) si, pour toute partie mesurable E de X, on a $\mu(E) = \lim_{n\to\infty} N_n(E)/n$, où $N_n(E)$ est le nombre de n tels que $a_n \in E$. On s'interesse à des exemples de telles suites quand X est un groupe compact ou, plus généralement, un espace homogène d'un groupe compact. Dans ce cas, X est muni d'une mesure invariante (mesure de Haar). Un exemple classique est l'équirépartition de la suite $(n\alpha)_n$ modulo 1 dans l'intervalle $[0,1]$, où α est un nombre irrationnel. Arnol'd et Krylov ont étudié l'équirépartition de rotations sur la sphère S^2. Cette étude a été généralisée par Guivarc'h aux isométries d'un espace métrique compact. Il s'agira de faire le point sur ces résultats en se basant sur les 2 premiers chapitres d'un article de B. Sévennec paru dans Panoramas et Synthèses 18 (2004), Soc. Math. France et accessible sous
   `http://www.umpa.ens-lyon.fr/~sevennec/txt-lebesgue.ps`
4. [Camille Poignard] *Dynamique holomorphe, points de Cremer* (**Serge Cantat**)
5. []*Mousses planes* (**Serge Cantat**)
   Modélisation des mousses dans le plan et topologie algébrique élémentaire.
6. []*Cartographie* (**Serge Cantat**)
   Qu'est-ce-qu'une bonne carte ? Variable complexe, analyse et géométrie en action.
7. []*Systèmes Intégrables & Topologie* (**Guy Casale**)
   On montrera comment l'intégrabilité analytique du flot géodésique d'une variété analytique implique la "presque-commutativité" de son groupe fondamental en suivant :
   Bibliographie : Taimanov, Topological obstructions to the integrability of geodesic flows on nonsimply connected manifolds Math. USSR-Izv. 30 (1988) 403–409
8. [Christophe Wacheux] *Systèmes Intégrables & Entropie* (**Guy Casale**)
   On présentera un exemple de système intégrable ayant une entropie positive :
   Bibliographie : Bolsinov & Taimanov, Integrable geodesic flows with positive topological entropy. Invent. Math. 140 (2000) 639–650
9. [Thibaut Deheuvels & Guillaume Rolland] *Perturbation du modèle de Lotka-Volterra par une dynamique migratoire* (**François Castella**)
10. [Lo Ablaye] *Plusieurs démonstrations du théorème de Picard.* (**Antoine Chambert-Loir**)
11. []*Théorie des représentations et dualité de Schur-Weyl* (**Antoine Chambert-Loir**)
    Si V est un espace vectoriel de dimension finie, deux groupes agissent naturellement sur l'espace T^nV des n-tenseurs sur V : le groupe symétrique S_n, par permutation des facteurs, et le groupe linéaire $GL(V)$, sur chaque facteur. Un résultat fondamental de la théorie des représentations est que les sous-algèbres engendrées par ces deux groupes dans $\mathrm{End}(T^nV)$ sont les centralisateurs l'une de l'autre.
    Bibliographie : 1) W. Fulton, J. Harris. Representation theory - A first course (Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag)
    2) W. Crawley-Boevey, Notes d'un cours sur le sujet (§1-6) disponibles à l'adresse
    `http://www.amsta.leeds.ac.uk/~pmtwc/repinv.pdf`
12. [Annie Pensec] *Complexité de Kolmogorov* (**Bernard Delyon ou Antoine Chambert-Loir**)
    Il s'agit essentiellement de répondre à la question suivante : « Comment mesurer le caractère aléatoire d'une suite de 0-1 ? »

Kolmogorov a découvert une procédure simple pour le faire qui donne un éclairage intéressant sur la théorie de l'information, du codage et les liens avec les probabilités. La sujet est traité dans le chapitre 7 du livre de Cover et Thomas « Information Theory ».

Ce sujet offre deux aspects, l'un en théorie des probabilités (entropie) l'autre en informatique théorique (complexité, calculabilité) ; ce sujet pourra être choisi par deux étudiants qui traiteront chacun un de ces aspects.

13. [Fabien Priziac] *Singularités des courbes* (**Goulwen Fichou**)

    Toute variété algébrique, définie sur un corps de caractéristique nulle, admet une résolution de ses singularités, c'est-à-dire qu'on peut trouver une variété régulière "proche" de la variété de départ. Dans le cas des courbes, il suffit pour cela de réaliser des éclatements des points singuliers qui permettent, grosso modo, de séparer les croisements. Un invariant permet alors de vérifier qu'à chaque étape, on a effectivement bien fait diminuer la singularité.

    Bibliographie : Brieskorn, Knörrer : Plane Algebraic Curves, Birkhäuser

14. [] *Théorème de Puiseux* (**Goulwen Fichou**)

    Le théorème de Puiseux décrit la clôture algébrique du corps des fractions des séries formelles sur un corps algébriquement clos de caractéristique nulle. Du point de vue géométrique il donne une paramétrisation des branches d'une courbe plane. On propose une démonstration constructive qui repose sur l'utilisation du polygone de Newton.

    Bibliographie : Walker, Algebraic curves, Springer

15. [] *Normalisation des variétés* (**Goulwen Fichou**)

    La normalisation des variétés peut être vue comme une première étape en vue de la résolution des singularités d'une variété. Elle donne en particulier un morphisme fini vers la variété de départ, et ses singularités sont concentrées dans une sous-variété de codimension au moins deux. En conséquence, la normalisation d'une courbe est régulière !

    On propose d'étudier la normalisation dans le cadre des germes d'espaces analytiques complexes.

    Bibliographie : de Jong, Pfister : Local Analytic Geometry, Advanced Lectures in Mathematics

16. [Hélène Kergozien] *Principe de conservation des nombres* (**Goulwen Fichou**)

    Le but est d'étudier le comportement d'invariants au cours de la déformation d'une singularité. Par exemple en perturbant le polynôme x^2 de degré *deux* par un paramètre t^2, on obtient *deux* racines simples t et $-t$. Le principe de base est que, au cours de la transformation, on a peut-être simplifier la singularité en un point, mais on conserve toutes les informations sur un voisinage de ce point. On aborde cette question à travers la notion de faisceau cohérent.

    Bibliographie : de Jong, Pfister : Local Analytic Geometry, Advanced Lectures in Mathematics

17. [Legeay Matthieu] *Loi de groupe sur une courbe elliptique* (**Goulwen Fichou**)

    Une courbe elliptique plane est une courbe définie par une équation du type $y^2 = (x-a)(x-b)(x-c)$. L'ensemble de ses points est équipé d'une loi de groupe définie de la façon suivante. Toute droite passant par deux de ses points recoupe la courbe en un troisième point, qui se trouve être l'opposé de la somme des dits points. On propose d'étudier quelques propriétés de cette loi de groupe.

    Bibliographie : Silverman : The Arithmetic of elliptic curves, Graduate texts in mathematics

18. [Magalie Boulaigre] *Méthode des moments, transformée de Stieltjes et liens avec les fonctions de répartition (et la loi du demi-cercle)* (**Mihai Gradinaru**)

    La méthode des moments et la transformée de Stieltjes constituent deux outils de base dans l'étude des valeurs propres des matrices aléatoires.

    Dans un premier temps on pourra regarder deux résultats intéressants et importants concernant ces deux outils : le théorème de convergence de Carleman et le théorème de convergence des transformées de Stieltjes. D'autres résultats connexes peuvent completer cette première partie.

    Pour aller plus loin, on pourra utiliser ces deux outils pour donner deux démonstrations de la convergence en loi de la distribution spectrale empirique d'une matrice $n \times n$ avec entrées gaussiennes i.i.d. vers la loi du demi-cercle, lorsque $n \to \infty$ (après avoir normalisé par $1/\sqrt{n}$).

    La présentation d'au moins une de ces deux parties pourrait faire l'objet d'un exposé de séminaire. Pour la deuxième partie, plus difficile, on pourra choisir une des deux démonstrations.

    Bibliographie : Z.D. Bai, J.W. Silverstein, *Spectral analysis of large dimensional random matrices*, 2006
    – pour la 1ère partie : chapitre 12 (17 pages)
    – pour la 2ème partie : chapitre 2 (le cas i.i.d., 17 pages)

19. [Martin Tassye] *La formule de réciprocité de Frobenius* (**Michel Gros**)

Une repésentation d' un groupe fini G est un morphisme de groupes $\rho : G \to GL_n(\mathbb{C})$. Une façon de d' en construire est de partir de représentations d' un sous-groupe $G' \subset G$ et de les "induire" (en un sens convenable). La formule de réciprocité de Frobenius exprime quelque chose de non trivial sur cette opération d'induction. Le travail demandé consiste à comprendre cette formule et à en présenter quelques exemples (par exemple pour G le groupe symétrique S_4).

Bibliographie : J.-P. Serre. Représentations linéaires des groupes finis.

20. [Baptiste Olivier] *Transport optimal* (**Hélène Guérin**)

    Etant donné deux mesures de probabilité, on cherche un couplage qui permette de transporter l'une des mesures sur l'autre de manière optimale, c'est à dire en minimisant la distance entre les deux mesures initiales. L'exemple de base est le suivant, on a un tas de sable et un trou de même volume. On souhaite combler le trou par le sable en minimisant l'effort à fournir.

    Bibliographie : C. Villani, Topics in optimal transportation, Ed. American Mathematical Society

    R. J. McCann, Existence and uniqueness of monotone measure preserving maps, Duke mathematical Journal, vol 80, No 2, p. 309-323 (1995)

21. [Gaël Cousin] *Tout sous-groupe d'un groupe libre est libre* (**Jean-Romain Heu**)
22. [Grégory Futhazar] *Le théorème de Lefschetz* (**Johannes Hiusman**)
23. [] *Le théorème du polygone de Poincaré* (**Frank Loray**)

    On considère un polygone P à bord géodésique par morceaux dans le plan hyperbolique. Le théorème de Poincaré donne les conditions nécessaires et suffisantes pour que P soit le pavé de base d'un pavage hyperbolique : on peut recouvrir le plan par une infinité de polygones tous isométriques à P sans que deux d'entre eux ne se chevauchent. Ceci permet aussi de construire des surfaces de Riemann. (taper « pavage hyperbolique » dans *Google images*)

24. [Bence Béky] *Théorème de Poncelet* (**Frank Loray**)

    On verra comment l'utilisation d'un sytème dynamique très simple sur une courbe elliptique (tore complexe) permet de démontrer le théorème de Poncelet sur les trajectoires de billard dans une ellipse.

25. [Maël Mevel] *Dynamique sur la sphère de Riemann* (**Frank Loray**)

    On itère une fraction rationnelle (ou un polynôme) complexe : z, $R(z)$, $R(R(z))$, $R(R(R(z)))$, etc... et on se demande vers quoi tend cette suite. On verra des exemples bien différents. (taper « julia fractale » dans *Google images*)

26. [] *Théorème de Painlevé sur les équations différentielles d'ordre 1* (**Frank Loray**)

    On considère une équation différentielle $y' = R(x, y)$ où R est une fraction rationnelle à coefficients complexes. Alors il existe un nombre fini de points $x1, \ldots, xn$ en dehors des quels toute solution locale $y(x)$ se prolonge le long de tout chemin (évitant ces points) de façon presque unique : on obtient un nombre fini de prolongements. On verra comment des arguments géométriques permettent de démontrer ce théorème.

27. [François Giraud] *Modélisation probabiliste du protocole TCP* (**Florent Malrieu**)

    Le débit du protocole TCP (internet) peut être modélisé par un processus de Markov linéaire par morceaux et qui saute à des temps poissoniens. On s'intéresse au comportement en temps long de ce processus (convergence des moments, propriétés de la mesure invariante). Des simulations peuvent être mises en place.

    Bibliographie : Transient moments of the window size in TCP (Lopker,Van Leeuwaarden)
    `http://www.win.tue.nl/~jleeuwaa/papers/paper14.pdf`

28. [Fanny Laignel] *Recruter mieux pour gagner plus* (**Florent Malrieu**)

    Une université recrute ses personnels de la façon suivante. Un candidat est embauché si, lors de son entretien, il obtient un score supérieur à la moyenne des scores des personnels déjà en place. On modélise les scores de chaque candidats par des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées de loi continue. On se propose d'étudier les propriétés asymptotiques de ce modèle (nombre de personnes recrutées après n entretients, moyenne du groupe etc). Les preuves reposent essentiellement sur des résultats de convergence de martingales. Des simulations peuvent être mises en place.

    Bibliographie : Beat the mean : sequential selection by better than average rule (Krieger, Pollak, Samuel-Cahn)

29. [Antoine Baldacci et Mickael Brunini] *Le principe de concentration compacité appliqué à l'étude de la stabilité d'étoiles gazeuses* (**Florian Méhats**)

    Le principe de concentration-compacité a été mis en place par P.-L. Lions au début des années 80 pour étudier des problèmes de minimisation mettant en jeu des fonctions en domaine non bornés. On étudiera cette technique simple mais puissante et on l'utilisera dans un cas physique pour montrer la stabilité de solutions stationnaires du système d'Euler-Poisson gravitationnel.

    Bibliographie : P.-L. Lions, The concentration-compactness principle in the calculus of variations. The locally compact case. I. Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire 1 (1984), no. 2, 109–145.

30. [Nicolas Godet]*Le theoreme de Youdovitch pour l'equation d'Euler 2D* (**Frédéric Rousset**)
31. [Enno Keßler] *Quantification géométrique et méthode BKW* (**San Vũ Ngọc**)

    Il s'agit de montrer que certaines solutions de l'équation de Schrödinger linéaire sont associées à des variétés lagrangiennes dans l'espace des phases...
32. [] *Le théorème du chameau symplectique affine* (**San Vũ Ngọc**)

    On s'intéresse à une version affine (et donc simplifiée) du théorème du chameau de Gromov : même en géométrie symplectique, on ne peut pas faire passer un (gros) chameau par le chas d'une aiguille.

    Bibliographie : D. McDuff et D. Salamon, *Introduction to symplectic topology*, Oxford Science Publilcations, 1995
33. [Matthieu Calvez] *Tresses et permutations* (**Bertold Wiest**)

    Le but sera de comprendre la classification (par E.Artin, 1947) des représentations du groupe des tresses dans le groupe des permutations (c.à.d. le groupe symétrique). Ce résultat utilise de façon surprenante le fait que pour tout entier n il y a un nombre premier entre n et $2n$. On pourra aussi regarder comment L.Paris utilise ce résultat pour classifier les sous-groupes de petit index des groupes de difféotopie.

    Bibliographie : E.Artin, Braids and Permutations, Annals of Mathematics 48, no.3, 1947

    L.Paris, Small index subgroups of the mapping class group, Prépublication 2007

    L.Paris, Braid groups and Artin groups, in : Handbook on Teichmüller theory (A. Papadopoulos, ed.), Volume II, EMS Publishing House, Zürich 2008.
34. [Pham Ba Quynh] *Classes d'opérateurs compacts* (**Dimitri Yafaev**)

    Bibliographie : Reed-Simon, Simon Trace-Ideals, eventuellement Gohberg-Krein
35. [Laurent Pater] *Potentiel ponctuels en dimension 1* (**Dimitri Yafaev**)

    Bibliographie : Albeverio, Gesetzy, Hoegh-Krön
36. [Cyril Rigault] *Dilatation analytique et résonance* (**Zied Ammari**)