Surfaces à petits carreaux.

(Géométrie ; actions de groupes)

En identifiant les cotés opposés d'un carré on obtient un tore plat. En utilisant plus de carrés on peut coller des surfaces plus compliquées munies d'une métrique plate avec quelques singularités coniques. Le groupe SL(2,Z) agit naturellement sur l'ensemble de « surfaces à N carreaux ». Je propose d'étudier les orbites de cette action et leurs propriétés. Dans la forme minimaliste ce projet est accessible aux collégiens. Dans la forme maximaliste c'est un des grands problèmes ouverts de la géométrie de l'espace de Teichmüller.

Je propose de construire quelques orbites simples « à la main ». Si cela va donner l'envie d'expérimenter plus, il faudra écrire un programme (ou adapter les programmes existants) pour construire et analyser plus d'orbites.

Comme récompense je peux raconter des contes de fées sur les surfaces plates, donner une introduction ludique aux espaces de modules et expliquer pourquoi ces orbites représentent des «géodésiques complexes fermées » dans les espaces des modules.

Pour obtenir une idée comment on peut se servir de surfaces à petits carreaux on peut consulter l'article

> « *Square-tiled surfaces and Teichmüller volumes of the moduli spaces of Abelian differentials*"

sur ma page web (sans être déprimé par le fait qu'il n'est pas trop ludique : l'article a été adressé aux professionnels de ce domaine).