Nombres univers, nombres normaux et équirépartition

Encadrant : Jean-Romain Heu

Bureau 334

jean-romain.heu@univ-rennes1.fr

Nous étudierons quelques propriétés de l'écriture des nombres réels dans une base b . Un nombre x est dit *univers* si toute séquence finie de chiffres apparaît dans son écriture. Si de plus chaque séquence apparaît de façon régulière dans l'écriture de x , ce nombre est dit *normal*. Nous démontrerons que presque tout nombre est normal.

Nous relierons ces propriétés aux propriétés dynamiques des transformations $x \rightarrow bx \pmod{1}$. Nous démontrerons ainsi que pour presque tout x , l'ensemble $\{b^n x \mid n \in \mathbf{N}\}$ est *équiréparti* modulo 1. Nous regarderons ensuite plus précisément les cas où cet ensemble n'est pas équiréparti. Nous étudierons enfin un résultat dû à Furstenberg.

Bibliographie :

- *Démonstration élémentaire du théorème de M. Borel sur les nombres absolument normaux et détermination effective d'un tel nombre*, W. Sierpinski, Bulletin de la S.M.F, tome 45.
- *Ergodic Theory*, I.P. Cornfeld, S.V.Fomin, Ya.G. Sinai
- *Disjointness in ergodic theory, minimal sets, and a problem in Diophantine approximation.*, H. Furstenberg, Math. Systems Theory 1 1967.