

# Fundamental groups in arithmetic and geometry

Yǔ-Liàng HUÁNG (黄羽亮)

## Résumé

Le groupe fondamental est un invariant topologique important, introduit par H. Poincaré dans son article célèbre *Analysis situs*. La notion a été généralisée par A. Grothendieck dans SGA 1, en tant que le groupe d'automorphismes de certain foncteur, qui est maintenant appelé le groupe fondamental étale ou le groupe fondamental algébrique. En 1982, M. V. Nori a introduit les soi-disant schémas en groupes fondamentaux de Nori, en utilisant le formalisme Tannakien, qui comprend non seulement l'information des revêtements étales, mais aussi des revêtements infinitésimaux en caractéristiques positives. Mais un défaut de la construction de Nori est qu'il exige l'existence de points rationnels, qui cause le fait que le schéma en groupes fondamental de Nori de  $\text{Spec}(K)$  (où  $K$  est un corps) n'est pas le groupe de Galois absolu de  $K$ . Dans un article récent de L. Zhang, il a introduit certaines variantes des schémas en groupes fondamentaux de Nori, qui n'exigent pas l'existence de points rationnels. Dans cet exposé, je commencerai par les groupes fondamentaux topologiques, et je me concentrerai sur les groupes fondamentaux étales et les schémas en groupes fondamentaux de Nori. Si le temps le permet, je parlerai des schémas en groupes fondamentaux de Nori-Zhang.

## Abstract

Fundamental group is an important topological invariant, which is firstly introduced by H. Poincaré in his celebrated article *Analysis situs*. The notion was further generalized by A. Grothendieck in SGA 1, as the automorphism group of certain functor, which is now called the étale fundamental group or algebraic fundamental group. In 1982, M. V. Nori introduced the so-called Nori fundamental group schemes, using Tannakian formalism, which not only contain the information of étale covers, but also infinitesimal covers in positive characteristics. But one defect of Nori's construction is that it relies on the existence of rational points, which causes the fact that the Nori fundamental group scheme of  $\text{Spec}(K)$  (where  $K$  is a field) is not the absolute Galois group of  $K$ . In a recent paper of L. Zhang, he introduced some variants of Nori fundamental group schemes, which do not require the existence of rational points. In this talk, I'll begin with the topological fundamental groups, and focus on the étale fundamental groups and Nori fundamental group schemes. If time permits, I'll also talk about Nori-Zhang fundamental group schemes.