

Le théorème d'équivalence de Kashiwara.

Soit $i : X \rightarrow Y$ une immersion fermée des variétés algébriques lisses, $Mod_{cq}(D_X)$ la catégorie de D_X -modules à gauche quasi-cohérents et $Mod_{cq}^X(D_Y)$ la sous catégorie pleine de $Mod_{qc}(D_Y)$ qui consiste de D_Y -modules à support dans X . Soit $\{y_k, \partial_{y_k}\}_{1 \leq k \leq n}$ un système local des coordonnées sur Y tel que $y_{r+1} = \dots = y_n = 0$ définit une équation sur X . La version faisceautique du théorème de kashiwara nous dit que le foncteur $\int_i^0 : Mod_{qc}(D_X) \rightarrow Mod_{qc}^X(D_Y)$ défini par

$$\int_i^0 M = \mathbb{C}[\partial_{y_{r+1}}, \dots, \partial_{y_n}] \otimes_{\mathbb{C}} i_* M,$$

est une équivalence des catégories.

Ce théorème nous donne donc un outil puissant pour étudier la catégorie des D -modules sur certaines variétés algébriques lisses.

Exemple

$$Mod_{qc}^{\{p\}}(D_Y) \simeq \{\text{Catégorie des } \mathbb{C} - \text{espaces vectoriels}\}.$$

Dans cet exposé nous expliquerons la version plus facile où $X = k^n$ (et donc les opérateurs différentiels deviennent la n -ième algèbre de Weyl A_n) et $i : X \rightarrow Y \times k$ est l'immersion $i(x) := (x, 0)$. Dans ce cas, le théorème d'équivalence de kashiwara nous dit que si \mathcal{M}^n dénote la catégorie de A_n -modules, H l'hyperplan $H = \{y = 0\}$ et $\mathcal{M}^{n+1}(H)$ la catégorie des A_{n+1} -modules à support dans H alors, le foncteur image directe est une équivalence des catégories.

Finalement, si on a du temps, nous expliquerons les idées centrales de la version faisceautique et l'exemple précédent.