Trialité et octonions

Cyril Lacoste

26 mai 2015

Si $\mathfrak{g}$ est une algèbre de Lie simple sur $\mathbb{C}$ (de dimension finie), tout automorphisme extérieur non trivial de $\mathfrak{g}$ est d'ordre 2 sauf si $\mathfrak{g}$ est isomorphe à $\mathfrak{so}(8, \mathbb{C})$. Dans ce cas il existe un automorphisme extérieur d'ordre 3 appelé "trialité". Cet automorphisme est induit par un automorphisme d'ordre 3 du groupe de Lie $\mathrm{PSO}(8, \mathbb{C})$, qui induit également un automorphisme du groupe compact $\mathrm{PSO}(8)$.

Le but de cet exposé est d'expliciter l'automorphisme de trialité dans $\mathrm{PSO}(8)$ (ou $\mathrm{PSO}(8, \mathbb{C})$), en utilisant les octonions. Nous verrons également le lien avec le groupe compact exceptionnel G_2.