

Exposé du jeudi 22 octobre 2015

SUR LE THÉORÈME DE GAUSS DES SOMMES DE TROIS CARRÉS

BAS EDIXHOVEN (LEIDEN)

Résumé : Gauss a montré, par exemple, que pour un entier positif n sans facteurs carrés et qui est 1 modulo 4, le nombre de solutions en entiers de $x^2 + y^2 + z^2 = n$ est égal à 12 fois le nombre de classes d'idéaux de l'anneau $\mathbb{Z}[t]/(t^2 + n)$. La preuve de Gauss est longue et le résultat est plus beau que la preuve. Le but de l'exposé est de donner une preuve qui utilise l'action du schéma en groupes $SO(3)$ (l'exposé ne supposera pas de connaissance de schémas en groupes). Cette preuve montre que le groupe de classes d'idéaux agit naturellement sur l'ensemble de solutions modulo $SO(3)(\mathbb{Z})$. Cette action pourrait être appelée une composition de Gauss sur la sphère. Ces résultats font partie de la thèse d'Albert Gunawan, doctorant sous la direction de Qing Liu et moi. S'il reste du temps, je dirai quelques mots sur une interprétation cohomologique des cubes de Bhargava et leur composition (travail en cours de Wouter Zomervrucht).

1. Les jeudis matin, de 10 h 30 à 11 h 30, salle 004, IRMAR (bâtiment 22), Université de Rennes 1, Campus de Beaulieu