

**Titre :** Fonction zêta des courbes sur un corps fini.

**Auteur :** Rémy Eupherte.

**Résumé :** Nous proposons pour la fonction zêta de toute courbe sur un corps fini une expression qui est à la fois générale (la courbe n'est pas nécessairement irréductible, projective ou non singulière), compacte (c'est un produit alterné de déterminants) et d'énoncé simple (à la base, il y a seulement l'action du Frobenius sur deux groupes abéliens naturellement attachés à la courbe).

Précisons la construction : les deux groupes abéliens s'insèrent dans un complexe de longueur 2, appelé quasi-motif d'homologie de Borel-Moore. Une généralisation adéquate de la notion de module de Tate  $\ell$ -adique permet de transformer le quasi-motif en un complexe, de longueur 3, d'espaces vectoriels de dimension finie, sur lesquels le Frobenius agit. Le produit alterné des polynômes caractéristiques du Frobenius est égal à la fonction zêta de la courbe.

L'expression obtenue fournira une interprétation de la rationalité de la fonction zêta de la courbe en montrant comment on passe d'une série formelle à une fraction rationnelle.