

Points algébriques de hauteur bornée

L'étude de la répartition des points rationnels ou algébriques d'une variété algébrique selon leur hauteur est un problème classique de géométrie diophantienne. Dans cette thèse, nous nous intéresserons au cardinal asymptotique de l'ensemble des points algébriques de degré fixé et de hauteur bornée d'une variété lisse de Fano définie sur un corps de nombres, lorsque la borne sur la hauteur tend vers l'infini. En particulier nous montrerons que cette question peut-être reliée à la conjecture de Batyrev-Manin-Peyre, c'est-à-dire le cas des points rationnels, sur un schéma de Hilbert ponctuel. Nous en déduisons ainsi la distribution des points algébriques de degré fixé d'une courbe rationnelle.

Lorsque la variété de départ est une surface lisse de Fano, notre étude montre que les schémas de Hilbert associés fournissent, sous certaines conditions, de nouveaux contre-exemples à la conjecture de Batyrev-Manin-Peyre. Néanmoins, dans les cas des surfaces $\mathbf{P}^1 \times \mathbf{P}^1$ et \mathbf{P}^2 que nous étudions en détail, les schémas de Hilbert associés vérifient une version légèrement affaiblie de la conjecture de Batyrev-Manin-Peyre.

Algebraic points of bounded height

The study of the distribution of rational or algebraic points of an algebraic variety according to their height is a classic problem in Diophantine geometry. In this thesis, we will be interested in the asymptotic cardinality of the set of algebraic points of fixed degree and bounded height of a smooth Fano variety defined over a number field, when the bound on the height tends to infinity. In particular, we show that this can be connected to the Batyrev-Manin-Peyre conjecture, *i.e.* the case of rational points, on some ponctual Hilbert scheme. We thus deduce the distribution of algebraic points of fixed degree on a rational curve.

When the variety is a smooth Fano surface, our study shows that the associated Hilbert schemes provide, under certain conditions, new counterexamples to the Batyrev-Manin-Peyre conjecture. However, in the cases of $\mathbf{P}^1 \times \mathbf{P}^1$ and \mathbf{P}^2 detailed in this thesis, the associated Hilbert schemes satisfies a slightly weaker version of the Batyrev-Manin-Peyre conjecture.