

INTRODUCTION À LA THÉORIE DE MORSE

FEDERICO LO BIANCO

La base de théorie de Morse consiste à se fixer une fonction différentiable $f: M \rightarrow \mathbb{R}$ d'une variété différentielle M vers \mathbb{R} sans points critiques dégénérés et à décrire (le type d'homotopie de) M comme un CW-complexe déterminé par les points critiques de f . Dans cet exposé je vais expliquer en détail cette idée et discuter quelques applications: le théorème de Reeb (les seules variétés compactes admettant une fonction avec seulement deux points critiques non dégénérés sont les sphères S^n), le calcul de la cohomologie à coefficients entiers de $\mathbb{C}P^n$, et les inégalités de Morse sur les nombres de Betti de M . Le temps permettant je discuterai d'applications plus sophistiquées, comme le théorème de l'hyperplan de Lefschetz, le calcul de l'homologie de l'espace des chemins et les applications aux groupes de Lie.