Le groupe fondamental pro-unipotent rigide de la droite projective moins trois points

David Jarossay

2017-04-27

Le groupe fondamental pro-unipotent de $\mathbb{P}^1 - \{0, 1, \infty\}$ permet d'étudier les nombres multizêtas en tant que périodes. Nous nous intéressons à leurs analogues p-adiques. Notre motivation initiale est la question, posée par Deligne et Goncharov, d'obtenir pour les multizêtas p-adiques des formules explicites qui rendent clair qu'ils vérifient certaines relations algébriques. Le point de départ du calcul est l'équation différentielle vérifiée par le Frobenius.

Nous montrerons que le Frobenius se simplifie dans une certaine limite, et qu'il existe des formules pour les multizêtas p-adiques qui gardent une trace de l'action du groupe de Galois motivique. Ces formules seront exprimées à l'aide de plusieurs actions de groupes que nous appellerons « actions d'Ihara harmoniques », reliées entre elles par des applications que nous appellerons « comparaisons ».

Ces objets permettent alors de considérer certaines suites de sommes harmoniques multiples comme des périodes, dont les relations algébriques peuvent être étudiées et comparées à celles des multizêtas p-adiques. Cela donne lieu à une version élémentaire explicite de la théorie de Galois motivique des multizêtas p-adiques et, plus généralement, à une étude explicite du groupe fondamental pro-unipotent rigide de $\mathbb{P}^1 - \{0, 1, \infty\}$.