Représentations galoisiennes associées aux variétés abéliennes : quelques aspects effectifs

Soit A une variété abélienne définie sur un corps de nombres K. Associées à A on a des représentations galoisiennes ℓ-adiques dont on note G_ℓ les images. Sous certaines hypothèses sur la dimension et sur les endomorphismes de A on sait décrire les groupes G_ℓ à indice fini près : ils sont des ouverts dans les groupes des points entiers ℓ-adiques du groupe de Mumford-Tate de A (travaux de Serre, Pink, Ribet, Chi...). De plus, dans certains cas on sait même prouver que l'on a l'égalité $G_\ell = \mathrm{MT}(A)(\mathbb{Z}_\ell)$ pour tout ℓ suffisamment grand. Dans cet exposé je m'intéresserai au problème de rendre effective cette description, en donnant une borne explicite $B(A/K)$ (dépendante de A et K) telle que l'on ait $G_\ell = \mathrm{MT}(A)(\mathbb{Z}_\ell)$ pour tout $\ell > B(A/K)$. Je me concentrerai surtout sur le cas des surfaces abéliennes et, si le temps le permet, je chercherai aussi à décrire les problèmes qui surviennent en dimension supérieure.