Séminaire de géométrie algébrique de Rennes[1]

Exposé du jeudi 13 décembre 2012

LE POLYGONE DE NEWTON DES CONVERGENCES D'UNE ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE p-ADIQUE SUR LA DROITE AFFINE

ANDREA PULITA (UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER)

Résumé : Le polygone de Newton des convergences $NP(M, \xi)$ a pour pentes les logarithmes des rayons de convergence des solutions de Taylor de l'équation M en un point ξ de la droite affine de Berkovich. Nous étudions la variation des pentes de $NP(M, \xi)$ le long de l'espace de Berkovich qui a une structure de « polyhedron » qui est un espèce d'arbre-fractale que nous appelons simplement *graphe*. Le résultat principal qu'on obtient c'est ce qu'on appelle la finitude du polygone, c'est-à-dire que sa variation (*i.e.* la variation de ses pentes) est une fonction sur l'arbre de Berkovich qui est constante en dehors d'un sous graphe fini (*i.e.* avec un nombre fini d'arrêts) et qu'elle se factorise par une rétraction canonique sur ce graphe fini. Le polygone de convergence est un objet fondamental. Sa première pente c'est le (log du) rayon de convergence de M en le point ξ, et il est bien connu que ses pentes sont très liées à la cohomologie p-adique comme expliqué dans les papiers de Christol-Mebkhout. Les pentes p-adiques de Christol-Mebkhout sont obtenues en regardant la variation de $NP(\xi)$ dans un germe de couronne de rayons $]1-\varepsilon, 1[$ et ce sont des invariants (par isomorphismes) de l'équation. Notre résultat dit qu'il y a un nombre fini d'invariants qu'on peut extraire de toutes les pentes de $NP(M, \xi)$ globalement sur un affinoide donné de la droite Berkovich. Autrement dit les pentes sont des fonctions définissables dans le sens de Ehud Hrushovski et François Loeser (`http://arxiv.org/abs/1009.0252`). On obtient également des informations plus précises comme la super-harmonicité, l'affinité par morceaux et une structure stratifiée du domaine associé à l'équation. Le cas des courbes de Berkovich fait l'object d'un autre article récent en collaboration avec Jérôme Poineau (`http://arxiv.org/abs/1209.3663`).

---

[1]Les jeudis matin, de 10 h 30 à 11 h 30, salle 004, IRMAR (bâtiment 22), Université de Rennes 1, Campus de Beaulieu