Séminaire de géométrie algébrique de Rennes[1]

Exposé du jeudi 6 décembre 2012

ENSEMBLES SOUS-ANALYTIQUES SURCONVERGENTS DANS LES ESPACES DE BERKOVICH

FLORENT MARTIN (INSTITUT MATHÉMATIQUE DE JUSSIEU)

Résumé : Soit k un corps non archimédien complet. La motivation de notre travail est la suivante. En géométrie algébrique, le théorème de Chevalley peut s'énoncer ainsi. Si $\mathcal{X}$ est un schéma (noethérien), alors on a équivalence entre :

(1) les ensembles constructibles de $\mathcal{X}$ qui sont les réunions finies d'ensembles localement fermés de $\mathcal{X}$.

(2) les images $f(\mathcal{Y})$ où $f : \mathcal{Y} \to \mathcal{X}$ est un morphisme de type fini.

On essaiera de donner un énoncé analogue en géométrie analytique non-archimédienne. Pour X un espace affinoïde, l'analogue des ensembles (2) sera les ensembles sous-analytiques surconvergents, de la forme $\pi(T)$ où $\pi : X \times \mathbb{B}^n \to X$ est la projection naturelle, et T est un sous-ensemble semianalytique de $X \times \mathbb{B}^n$, défini par des fonctions surconvergentes en les variables de $\mathbb{B}^n$ (ici $\mathbb{B}^n$ désigne la boule de dimension n).

Ensuite on étudiera les propriétés locales des sous-ensembles sous-analytiques surconvergents de X : si S est un sous-ensemble de X et $\{X_i\}$ un recouvrement de X par des espaces affinoïdes tel que pour tout i, $S \cap X_i$ est un sous-ensemble sous-anaytique surconvergent de X_i, peut-on en conclure que S est un sous-ensemble sous-analytique surconvergent de X ? En général la réponse est non, mais oui si on prend plus en compte le topologie de Berkovich.

Finalement, on expliquera que dans le cas de la dimension 2, on peut obtenir une description plus simple des ensembles sous-analytiques surconvergents.

---

[1] Les jeudis matin, de 10 h 30 à 11 h 30, salle 004, IRMAR (bâtiment 22), Université de Rennes 1, Campus de Beaulieu