Séminaire de géométrie algébrique de Rennes[1]

Exposé du jeudi 15 novembre 2012

SCHÉMAS DE HILBERT INVARIANTS ET RÉSOLUTIONS DES SINGULARITÉS QUOTIENTS

RONAN TERPEREAU (UNIVERSITÉ DE GRENOBLE)

Résumé : On considère G un groupe classique ($SL(V)$, $GL(V)$, $O(V)$, $\ldots$) et X la somme directe de p copies de la représentation standard de G et de q copie de sa représentation duale, où p et q sont des entiers positifs. On s'intéresse alors au schéma de Hilbert invariant, noté H, qui paramètre les sous-schémas fermés G-stables Z de X tels que $k[Z]$ soit isomorphe à la représentation régulière de G.

Dans cet exposé, nous verrons que H est une variété lisse lorsque la dimension de V est petite, mais que H est singulier en général. Lorsque H est lisse, le morphisme de Hilbert-Chow $H \to X//G$ est une résolution canonique des singularités du quotient catégorique $X//G$ (=$Spec(k[X]^G)$). Il est alors naturel de se demander quelles sont les bonnes propriétés géométriques de cette résolution (par exemple est-elle crépante ?).

Pour finir, on évoquera certains résultats analogues dans le cadre symplectique, c'est-à-dire en prenant $p = q$ et en remplaçant X par la fibre en 0 de l'application moment. Les quotients obtenus sont alors isomorphes à des adhérences d'orbites nilpotentes et le morphisme de Hilbert-Chow permet d'en construire des résolutions (parfois symplectiques).

---

[1]Les jeudis matin, de 10 h 30 à 11 h 30, salle 004, IRMAR (bâtiment 22), Université de Rennes 1, Campus de Beaulieu