# Polynômes de Bernstein pour une fonction sur un espace singulier

T. Torelli (Nancy)

30 juillet 2003

Etant donné un germe de fonction analytique $f \in \mathcal{O} = \mathbf{C}\{x_1, \ldots, x_n\}$ et un élément $m \in \mathcal{M}$ d'un $\mathcal{D}$-module holonome ($\mathcal{D}$ désignant l'anneau des opérateurs différentiels à coefficients dans $\mathcal{O}$), M. Kashiwara a établi l'existence d'équations fonctionnelles :

$$b(s)mf^s = P.mf^{s+1}$$

où $b(s) \in \mathbf{C}[s]$ est un polynôme non nul et $P \in \mathcal{D}[s] = \mathcal{D} \otimes \mathbf{C}[s]$. On appelle *polynôme de Bernstein* de $f$ associé à $m$ le générateur unitaire de l'idéal des polynômes $b(s)$ qui satisfont à cette identité.

Afin d'étendre à un cadre singulier des résultats de la théorie du polynôme de Bernstein-Sato, on étudie les polynômes de Bernstein d'une fonction analytique $f$ associée aux sections du module de cohomologie locale algébrique $\mathcal{R}$ à support une intersection complète locale $X$ définie par un morphisme analytique $g$. En effet, il résulte de la construction algébrique des cycles évanescents que les racines de ces polynômes sont étroitement liées aux valeurs propres de la monodromie locale de $f$ sur $X$.

En adaptant des idées de B. Malgrange, nous donnerons une construction adaptée à l'étude de ces polynômes lorsque les morphismes $g$ et $(f, g)$ définissent des intersections complètes à singularité isolée. Toutefois cette construction impose de fortes contraintes sur la section $\delta \in \mathcal{R}$, et notamment la quasi-homogénéité du morphisme $g$. Nous montrerons enfin comment s'affranchir de ces contraintes dans le cas particulier où $f$ est lisse et $X$ est une hypersurface.