

Soit  $E$  une courbe elliptique sur  $\mathbf{Q}$ , sans multiplication complexe sur  $\overline{\mathbf{Q}}$ . Un théorème de Serre affirme qu'il existe un entier  $B$  tel que, pour tout nombre premier  $N$  supérieur à  $B$ , la représentation de  $\text{Gal}(\overline{\mathbf{Q}}/\mathbf{Q})$  induite par l'action de Galois sur les points de  $N$ -division de  $E$  soit surjective. Serre a conjecturé qu'on pouvait en fait choisir  $B$  indépendamment de  $E$ . Ce problème se ramène à montrer la trivialité, pour  $N$  assez grand, des points rationnels d'essentiellement trois familles de courbes modulaires, à savoir  $X_0(N)$ ,  $X_{\text{split}}(N)$ , et  $X_{\text{non-split}}(N)$ . On sait que le cas de  $X_0(N)$  a été réglé par Mazur il y a vingt-cinq ans. Dans cet exposé, on donnera un critère de trivialité de  $X_{\text{split}}(N)(\mathbf{Q})$ , et on montrera qu'il est vérifié pour les nombres premiers vérifiant certaines congruences.