

Low-Density Lattices : Réseaux Entiers basés sur la Construction A

Nicola di Pietro (Univ. de Bordeaux, Mitsubishi Electric)
avec Joseph J. Boutros, Gilles Zémor and Loïc Brunel

Le problème du codage sur un alphabet fini pour le canal AWGN a requis des gros efforts pour arriver à atteindre la capacité avec des techniques de décodage efficaces. Bien que cette quête soit probablement en train de se diriger vers sa conclusion, le même problème pour le codage avec alphabet infini a reçu moins d'attention et n'a été abordé avec un certain élan que dernièrement. Il est connu depuis quelque temps que les réseaux, l'équivalent des codes linéaires, atteignent (non constructivement) la capacité [5] [3] [4]; cependant, il n'y a pas beaucoup de schémas pratiques de codage avec les réseaux qui peuvent approcher la capacité. Pour les grandes dimensions, les réseaux les plus prometteurs sont inspirés par le codage LDPC. Parmi les propositions existantes, on trouve [6] [1] [7], qui utilisent les réseaux avec une structure sous-jacente de code binaire : ceci est choisi de sorte qu'on puisse se reconduire à un décodage itératif, c'est-à-dire, il appartient aux familles des turbo-codes ou des LDPC. Il existe aussi la famille des Low-Density Lattice Codes (LDLC), proposés par Sommer et al. [8], qui ne contiennent pas de code binaire à la racine, mais qui sont construits pour pouvoir être décodés itérativement, selon un schéma inspiré par les techniques LDPC.

Nous proposons une approche quelque peu différente pour construire des familles de réseaux efficacement décodables, appelés réseaux LDA (Low-Density construction A). De nouveau, nous nous basons sur une structure de code sur un alphabet fini, mais nous utilisons des codes LDPC sur un alphabet non binaire. Nous nous servons de la bien connue construction A [2] pour obtenir des réseaux à partir de codes linéaires sur un alphabet fini et, plus précisément, sur un corps fini à p éléments, où p est un nombre premier. Les codes LDPC sur un alphabet non binaire ont été largement étudiés sur des corps en caractéristique 2, mais il n'y a pas d'obstacles théoriques qui empêchent de travailler sur un corps premier.

Dans cette présentation, nous commencerons avec une brève introduction sur les réseaux et la construction A (dans un cadre légèrement généralisé); après nous nous concentrerons sur notre construction particulière, sur le canal qui nous intéresse et sur la capacité qui lui correspond; finalement, nous traiterons les aspects algorithmiques du décodage et nous conclurons avec quelques résultats des simulations numériques, comparés aux résultats déjà connus et proposés dans la littérature.

Références

- [1] I. J. Baik and S. Y. Chung, « Irregular low-density parity-check lattices », dans *Proc. of IEEE Intern. Symp. of Inf. Theory 2008*, pp. 2479–2483, juillet 2008.
- [2] J. H. Conway and N. J. Sloane, *Sphere packings, lattices and groups*, troisième édition, Springer-Verlag, 1999.
- [3] U. Erez and R. Zamir, « Achieving $\frac{1}{2} \log(1+\text{SNR})$ on the AWGN Channel with Lattice Encoding and Decoding », *IEEE Trans. on Inf. Theory*, vol. 50, no. 10, pp. 2293–2314, octobre 2004.
- [4] U. Erez, S. Litsyn and R. Zamir, « Lattices which are good for (almost) everything », *IEEE Trans. on Inf. Theory*, vol. 51, no. 10, pp. 3401–3416, octobre 2005.
- [5] H.-A. Loeliger, « Averaging bounds for lattices and linear codes », *IEEE Trans. on Inf. Theory*, vol. 43, no. 6, pp. 1767–1773, novembre 1997.
- [6] M.-R. Sadeghi, A. H. Banihashemi and D. Panario, « Low-density parity-check lattices : construction and decoding analysis », *IEEE Trans. on Inf. Theory*, vol. 52, no. 10, pp. 4481–4495, octobre 2006.
- [7] A. Sakzad, M.-R. Sadeghi and D. Panario, « Turbo lattices : construction and performance analysis », disponible sur arxiv.org, 2011.
- [8] N. Sommer, M. Feder and O. Shalvi, « Low-density lattice codes », *IEEE Trans. on Inf. Theory*, vol. 54, no. 4, pp. 1561–1585, avril 2008.